名寄市立大学紀要　第13巻（2019）

原著

世の中のあらゆる「集まり」における普遍法則の発見

関　朋昭*

*名寄市立大学保健福祉学部教養教育部

【要旨】本研究は，世の中のあらゆる「集まり」における普遍かつ不変法則を発見した。証明には，数学とくに圏論を用いた。その結果「一つの集まりにおける対象が増えると，もう一方の集まりの対象が減る」という法則を発見した。この法則を「反相関理論」と命名した。

キーワード：集まり，数学，圏論，普遍法則，反相関理論

I.　はじめに

本研究は，世の中のあらゆる「集まり」における普遍かつ不変法則を発見することである。人文社会科学系の道具立てに寄与する統計学は，確率的な傾向をみる相対的なもので絶対的なものではない。それにもかかわらず，人文社会科学系の研究では，数字（数学ではなく）を扱うことが科学的な研究手続であるといった誤った考え方が目立つ[1]。

人類学者と見られがちなクロード・レヴィ＝ストロース（1967）は、未開拓の原住民の親族関係の中に，それまで誰も気がつかなった隠れた構造を発見したが，そこには数学の群論（group theory）が用いられている。本研究が扱う「集まり」という現象の中には，関連するいくつかの構造をもった圏（category）をつくることができ，その間の関係を抽象的に扱うことで背後に隠れるメカニズムを明らかにすることが可能となる。そこに普遍的な根本原則がある。

II.　先行研究と研究方法

１.先行研究のレビュー

管見の限り先行研究は「ない」。もしも「ある」という証明が可能であれば，反論を待ちたい。本研究で扱う「集まり」とは，人，情報，粒子，天体等々，有形無形および大小などを問わない抽象化した全ての「集まり」が対象となる。特定の集まりを指す「集合」とは異にする。

２.研究方法

研究方法は圏論を用いる。以下に，圏論の概観を示す。

圏（category）とは以下の事柄を満たすものである。本稿では清水（2007）の定義に従い読者が理解しやすいよう筆者が適宜な範囲で加筆修正した。尚，圏論の創始者はSaunders MacLane（1998）である。

（１）「対象（object）」となる A，B，C，…と「射（morphism）」f，g，h…から構成されている。

（２）射は二つの対象をつなぐ矢印（→）である。矢印の始めと終わりは「始域（domain）」「終域（codomain）」と呼ばれる。
以下「f：A→B」とする。

（３）任意のf：A→B，g：B→Cのとき，fとgの合成射（composite）が存在する。合成射は「g ∘ f」と表され，可換図式として以下のようにまとめることができる。

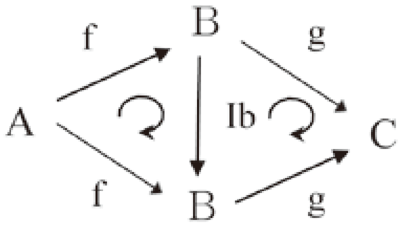
$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, "f"] \arrow[dr, "g\circ f"'] & B \arrow[d, "g"] \arrow[dl, phantom, "\circlearrowright"] \\ & C \end{tikzcd}$$

（４）任意のf：A→B，g：B→C，h：C→Dのときh ∘（g ∘ f）＝（h ∘ g）∘ fが成立する。

（５）任意の対象Bには「恒等射（identity）」が存在する。

2018年11月20日受付：2019年1月18日受理
責任著者　関　朋昭
住所　〒096-8641　北海道名寄市西４条北８丁目１
E-mail：seki@nayoro.ac.jp

対象には他の射と合成しても他に影響を与えない特別な射があり，Ibやidbと表される。以下「Ib」とする。可換図式として以下のようにまとめることができる。



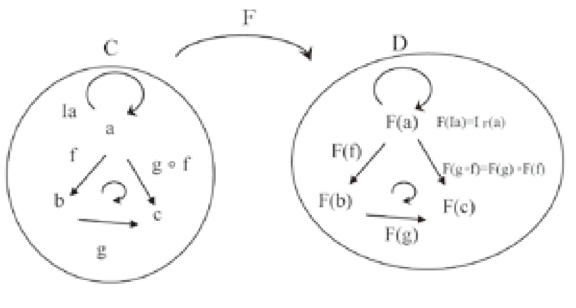
以上，圏とは対象と射から成立する世界であり，無数の圏を策定することができる。そして全く関係がないと思える圏と圏のあいだにも，実は同じ構造であることを措定できる場合も少なくない。そこで問題となるのは，圏と圏の関係を論じるものが必要となってくる。この圏と圏を対応づけるものが「関手」である。

関手（functor）とは以下の事柄を満たすものである。本稿では清水（2007）の定義に従い読者が理解しやすいよう筆者が適宜な範囲で加筆修正した。

（１）圏Cの各対象から圏Dの各対象への写像となる
（２）圏Cの各射から圏Dの各射への写像となる
（３）F（Ia）＝IF(a)（ただしa∈Ob（C）），およびF（g∘f）＝F（g）∘F（f）
ただしfとgは圏Cの射であり，かつg∘fが圏Cで定義されている。

任意のC,D を圏とする。C からD への関手F :C → D とは，「a ∈Ob(C)にF(a)∈ Ob(D)を」そして「f ∈Ob(C) にF(f) ∈Ob(D) を」に対応させた関数である。

これまでの圏と関手について可換図式にまとめると次のようになる。



また圏Cの射を圏Dに移す（写す）とき，射が逆向きとなる関手を反変関手（contravariant functor）という。定義づけは以下となる。

（１）F（f：c→d）＝F（f）：F（d）→F（c）
（２）F（g ∘ f）＝F（f）∘F（g）
（３）F（Io）＝IFo

III. 証明

はじめに任意の集まり「ヒトの圏：H」と「モノの圏：S」をつくる（既述の定義に倣って)。「ヒトの圏」の対象はヒトの集団（集まり）であり，射は包含関係である。例えば，会社，学校，病院などヒトが集まっている集団であれば何でも構わない。

{o1}⊂{o1, o2}⊂{o1, o2, o3} のような包含関係があれば {o1}→ {o1, o2} → {o1, o2, o3} の射が存在する。もしも {o1, o2, o3} と {o4} では含んだり含まれたりする包含関係がなく，異なる集まりであれば射はない。f：A_1→A_2 と g：B_2→B_3 で関係があるとき，g∘f の合成射が存在する。f＝A_1→A_2，g＝A_2→A_3，h＝A_3→A_4 のとき，h∘(g ∘ f)＝(h∘g)∘f が成立する。最後に自らを自らに移す（写す）IA_1，IA_2，IA_3，IA_4 の恒等射がある。

同様に「モノの圏」の対象はモノの集まりであり，射は包含関係である。例えば，自動車，情報、貴金属店などのモノが集まっている集まりであれば何でも構わない。

{c1}⊂{c1, c2}⊂{c1, c2, c3} のような包含関係があれば {c1}→{c1, c2}→{c1, c2, c3} の射が存在する。この点について補足すると，c1 と c2 に関係があり，かつ c3 も関係すると前述のような記述が成り立ち，c4 とは無関係な場合，射は存在せず別の集合となる。以下「ヒトの圏」と同様に記述することができる。これらを分かりやすく圏論の用語で整理したのが表１である。

「ヒトの圏」から「モノの圏」へ四つの関手をつくる。一つめの関手 F は，ヒトの組に対して「ヒトの全員が許容できるモノ全部」という対応をとる。この場合，ヒトの数が多くなるほど許容できるモノは少なくなるので，関手の包含関係が逆向き（反変関手）となる。以下，同様に関手 G，関手 H，関手 I をつくる。四つの関手をまとめたも

のが表２である。尚，圏論には共変関手と反変関手の二つがあるが，これらの違いを過度に意識することはない。というのは，「共に変化する」「反対に変化する」ものであり反変関手も共変関手の一つとして見做すことができる。あくまでも本稿では便宜上に分けただけである。圏論の中で関手は普遍的な概念である。基礎研究，応用研究を問わず，因果関係を扱う際のモデル化，理論化などの研究手法は全て関手のことだと言っても過言ではない。

例えば関手Ｆ（関手Ｈ）から，ヒトの対象が多くなればなるほど許容できるモノが少なくなるという法則が得られた。一見すれば自明のようにみえるが，自明ゆえに見逃され，証明することが出来なかった「集まり」の法則である。本研究が発見したこの普遍法則を「反相関理論」と命名する。

Ⅳ. おわりに

本研究では，世の中のあらゆる「集まり」における普遍かつ不変法則を発見するために，数学（圏論）を道具立てとしながら証明することに取り組んだ。その結果「一つの集合の対象が増えると，もう一方の集合の対象が減る」という「反相関理論」を発見した。

複雑な社会現象を説明するにあたり，圏論の記述によって現象の背後に隠れた構造的な本質を発見することができた。新しい理論の誕生はまだまだ幼いものであるが，応用研究として広く知れ渡ることによって「何の役に立つのか」が明らかになってくるであろう。つまり活用されていくことによって理論の価値が創造されていく。本論文は学際的な貢献に資する基礎研究であることを自負する。

脚　注

[1]ここで詳しくは述べないが，例えばPooper,K.R.（1972）の科学哲学である反証可能性などを参照されたし。

文　献

Pooper,K.R.（1972）Objective Knowledge: An Evolutionary Approach, Clarendon Press.（森博訳『客観的知識―進化論的アプローチ』木鐸社　1980）
Saunders MacLane（1998）Categories for the working mathematician(2nded.),NewYork Springer.
清水義夫（2007）『圏論による論理学―高階論理とトポス』東京大学出版会.
Claude Lévi-Strauss, Les structures élémentaires de la parenté, PUF, 1949, 2e édition, Mouton, 1967. クロード・レヴィ＝ストロース、福井和美訳（2000）『親族の基本構造』青弓社.

付　記

１．本論文は、2017年度から2019年度までの科学研究費（基盤研究（C）：研究代表者：関朋昭，研究課題／領域番号：17K04875）の「知識基盤社会と部活動をつなぐ理論的枠組みの構築」研究成果の一部です。

２．反相関理論を発見するにあたり,数学者（位相幾何学）の鈴岡啓一氏からのご支援とご厚情を賜ったことは，感謝の念に堪えられません。

３．査読者からの親切丁寧なご助言に対し厚く御礼を申し上げ，感謝する次第です。

表１　「ヒトの圏」と「モノの圏」

	ヒトの圏 Homo-sapiens Category	モノの圏 Substance Category
対象	ヒトの部分的な集合	モノの部分的な集合
射	{o1}⊂｛o1，o2｝⊂{o1，o2，o3}の包含関係がある ｛o1｝ → ｛o1，o2｝ → ｛o1，o2，o3｝	{c1}⊂｛c1，c2｝⊂{c1，c2，c3}の包含関係がある ｛c1｝ → ｛c1，c2｝ → ｛c1，c2，c3｝
合成射	$f : A_1 \to A_2$ と $g : A_2 \to A_3$ $g \circ f$	$f : B_1 \to B_2$ と $g : B_2 \to B_3$ $g \circ f$
合成の結合律	$f = A_1 \to A_2$，$g = A_2 \to A_3$，$h = A_3 \to A_4$ のとき $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$	$f = B_1 \to B_2$，$g = B_2 \to B_3$，$h = B_3 \to B_4$ のとき $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$
□□□	IA_1，IA_2，IA_3，IA_4	IB_1，IB_2，IB_3，IB_4

表２　四つの関手

関手		対応	
F	反変関手	H → S	ヒトの全員が許容できるモノ全部
G	共変関手	H → S	ヒトの中で誰か一人でも許容できないモノ全部
H	反変関手	S → H	全てのモノを許容することができるヒト全員
I	共変関手	S → H	モノの中でどれか一つでも許容できないヒト全員

*Bulletin of Nayoro City University*13(2019)

original paper

Discovery of Universal Law on "Set" in All
―Considerations on the result of a questionnaire to students in regional universities―

Tomoaki SEKI

General Education Section, Faculty of Health and Welfare Science, Nayoro City University

***Abstract*:** The purpose of this study was to examine the organization's cohesiveness of sets by using the category theory in mathematics. As a result, I discovered the low in which objects of one of the sets increase while those of the other sets decrease, which should be called the "anti-correlation theory".

***Key words*:** set, mathematics, category theory, universal law, anti-correlation theory

Received November 20, 2018 ; Accepted January 18, 2019
＊Corresponding author（E-mail:seki@nayoro.ac.jp）